سانتاول اليوم موضوعا مشهورا في عالم الرياضيات الا وهو اعداد فيثاغورس او ثلاثيات فيثاغورس كما يحلو للبعض ان يسميه

ان هذه الاعداد تحقق العلاقة

$$x^2+y^2=z^2 \qquad (1)$$

الهدف من من المقال هو ايجاد طريقة لتوليد هذه الاعداد غير محصورة في الثلاثية المشهورة (3,4,5) ومضاعفاتها

طبعا نحن نفترض x, y ,z اولية فيما بينها (coprime) اي لا يوجد عامل مشترك بثين كل اثنين منها غير الواحد الصحيح لان وجود عامل مشترك اخر d غير الواحد لا يعني شيئا غير تغيير قيم الاعداد ولكن صورة المعادلة تبقى كما هي انظر ...

$$\mathbf{x} = dx_1 \; ; \quad y = dy_1 \cdot d \neq 1 \quad \Rightarrow \left(dx_1\right)^2 + \left(dy_1\right)^2 = z^2 \Rightarrow d^2\left((x_1)^2 + (y_1)^2\right) = (z_1)^2 \Rightarrow z = dz_1$$

اي ان z سيقبل القسمة بشكل اجباري على d

وسنحصل على قيم جديدة بعد الاختصار ولكن شكل المعادلة لم يتغير

$$(x_1)^2+(y_1)^2=(z_1)^2$$

لهذا نفترض أننا نتعامل مع الاعداد x,y,z في ابسط صورة

والان سنعود الى المعادلة (1)

$$x^2 + y^2 = z^2 \Rightarrow x^2 = z^2 - y^2 \Rightarrow \; x^2 = (z-y)(z+y) \cdot\cdot (2)$$

Created by Neevia Document Converter trial version http://www.neevia.com

لنضع

$$z+y=u \ and \ z-y=v$$

بجمع المعادلتين السابقتين نحصل على

$$\therefore \ z=\frac{u+v}{2} \ ; \ y=\frac{u-v}{2}$$

طبعا لا يوجد قاسم مشترك بين ال u ,v والا فان هذا يعني وجود عامل مشترك بين y,z وهذا الامر يناقض الفرض الذي ينص على غياب عوامل مشتركة بين الاعداد التي نبحث عنها (coprime) .

طالما وانه لا توجد قواسم مشتركة بين u ,v اذا كل منهما مربع كامل والا فكيف يكون حاصل ضربهما مربعا كاملا

$$x^2=uv \Rightarrow x^2=a^2 b^2 \Rightarrow z=\frac{a^2+b^2}{2} \ ; y=\frac{a^2-b^2}{2} \qquad (3)$$

وهذا ينتج مباشرة من المعادلة (2)

طبعا غياب قواسم مشتركة بين u ,v يقتضي غياب قواسم مشتركة بين a,b . هناك شيء آخر يستحق الملا حظة وهو ان x عدد فردي والا فلن يكون y,z عددين صحيحين

اذا المعادلة المطلوبة

$$x^2=uv \Rightarrow x^2=a^2 b^2 \Rightarrow z=\frac{a^2+b^2}{2} \ ; y=\frac{a^2-b^2}{2}$$

حيث a,b عددان فرديان اوليان بالنسبة لبعضهما البعض

Created by Neevia Document Converter trial version http://www.neevia.com